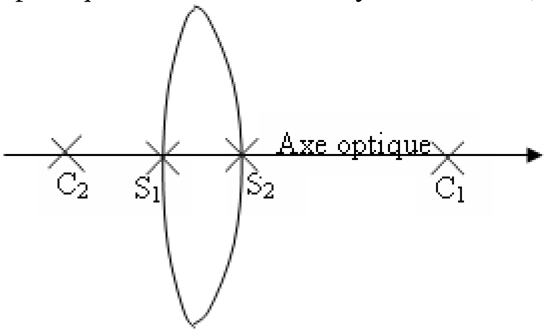
Chapitre 5 : Lentilles minces

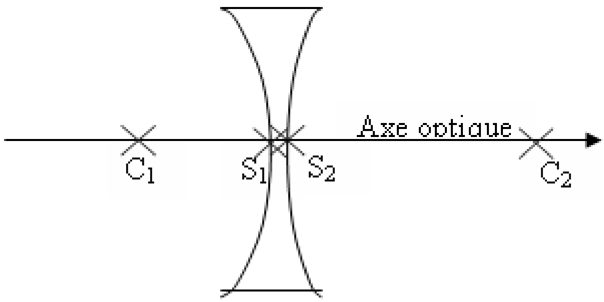
On trouve des lentilles minces dans tous les instruments d'optique : lunettes de vue, loupes, objectifs photographiques, microscopes, télescopes, lunettes astronomiques, etc. On considère ici des lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss.

I. *Définitions*

1. Lentille sphérique

Une lentille sphérique est un milieu transparent, homogène, isotrope, limitée par deux dioptres sphériques. C'est aussi un système centré, de symétrie cylindrique autour de l'axe optique.





S_1 est le sommet du premier dioptre sphérique rencontré par l'axe optique. C_1 en est son centre.
S_2 est le sommet du deuxième dioptre sphérique rencontré par l'axe optique. C_2 en est son centre.

2. Lentille mince

Une lentille est dite mince si son épaisseur, $e = S_1S_2$, est petite par rapport aux rayons de courbure des dioptres sphériques (on raisonne ici sur les distances, et non sur les mesures algébriques) :

$$e = S_1S_2 << \begin{cases} C_1S_1 \\ C_2S_2 \end{cases}.$$

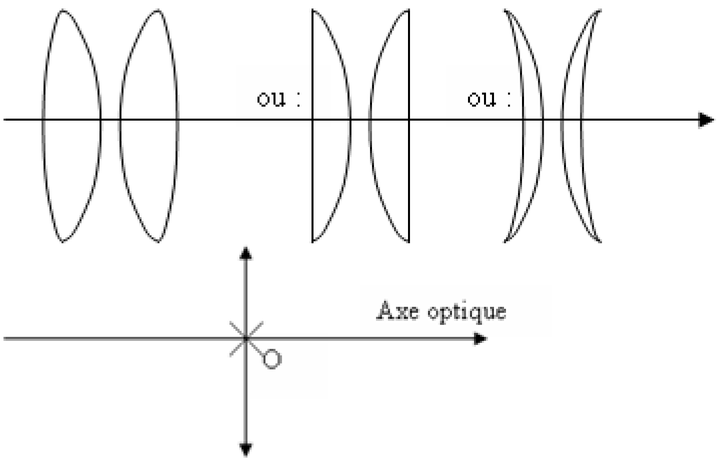
S_1 et S_2 sont alors confondus en un même point O, appelé <u>centre optique de la lentille mince</u>.

3. Stigmatisme et aplanétisme

Dans les conditions de Gauss, on suppose admis le stigmatisme approché et l'aplanétisme approché pour tout couple de points conjugués.

4. Lentille convergente (dite aussi à « bords minces »)

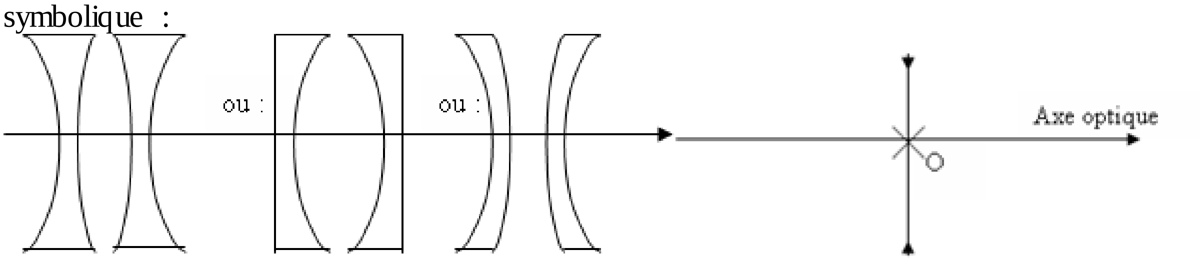
Dessin : Représentation symbolique :



Pour une lentille convergente, on dit aussi : « convexe-convexe » ou « plan-convexe ».

5. Lentille divergente (dite aussi à « bords épais »)

Dessin : Représentation symbolique :



Pour une lentille divergente, on dit aussi : « concave-concave » ou « plan-concave » (« concave » vis à vis de l'air).

6. Centre – Foyers

Foyers principaux objet – Plan focal objet

On appelle *foyer principal* ***objet*** le point F de l'axe optique dont l'image est à l'infini sur l'axe.

On appelle *plan focal* ***objet*** le plan perpendiculaire à l'axe en F.

Foyers secondaires objets

On appelle foyer secondaire ***objet*** tout point du plan focal objet autre que F.

Foyer principal image – Plan focal image

On appelle foyer principal ***image*** le point F' de l'axe optique ou se forme l'image d'un point objet à l'infini.

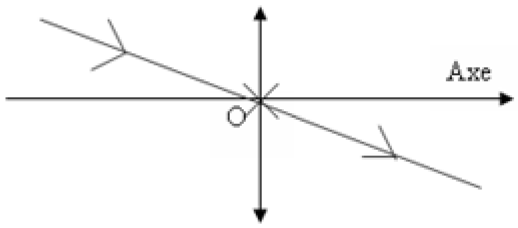
On appelle plan focal ***image*** le plan perpendiculaire à l'axe en F'.

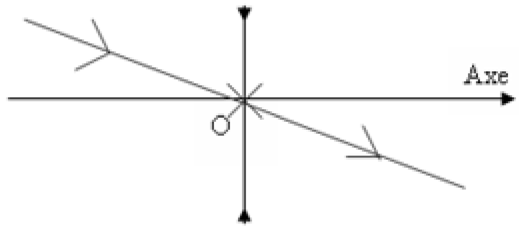
Foyers secondaires images

On appelle foyer secondaire ***image*** tout point du plan focal image autre que F.

a- Centre optique

Les rayons qui passent par le centre optique de la lentille ne sont pas déviés.

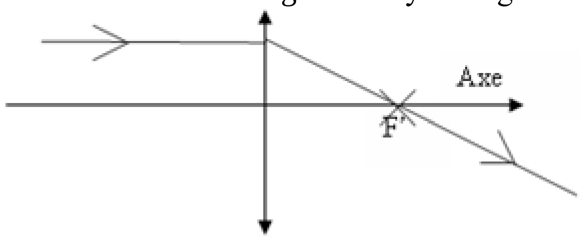


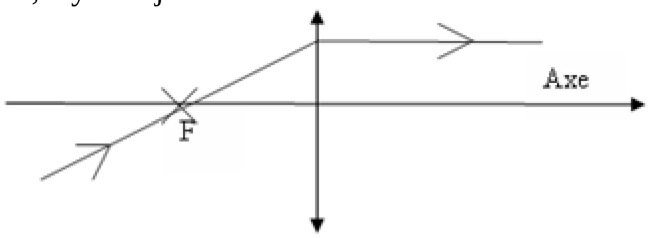


Le centre optique de la lentille est conjugué avec lui-même (il est sa propre image).

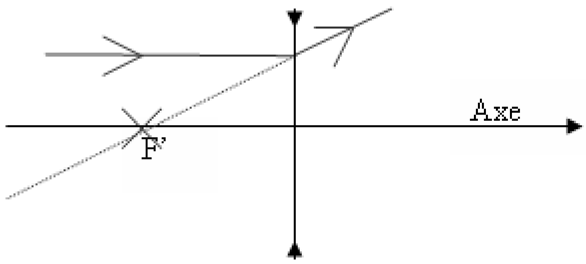
b- Foyers

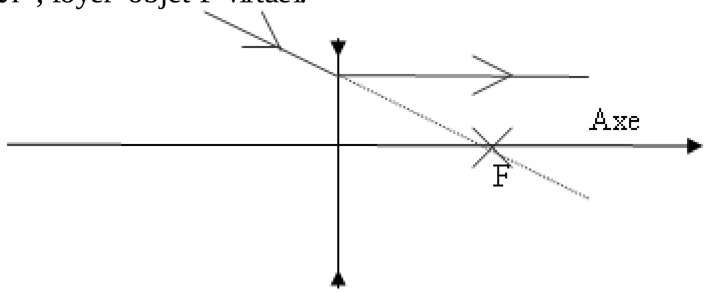
Lentille mince convergente : foyer image F' réel ; foyer objet F réel.





Lentille mince divergente : foyer image F' virtuel ; foyer objet F virtuel.





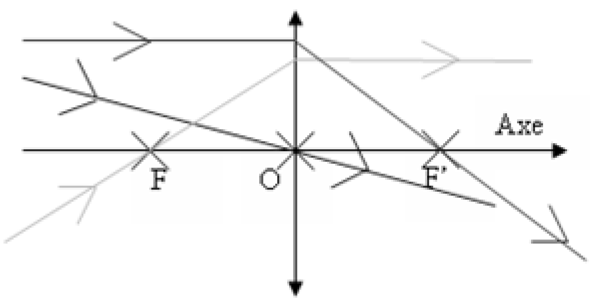
	Lentille convergente	Lentille divergente
Distance focale image $f' = \overline{OF'}$	> 0	< 0
Distance focale objet $f = \overline{OF} = -f'$	< 0	> 0
Vergence $v = \dfrac{1}{f'} = -\dfrac{1}{f}$	> 0	< 0

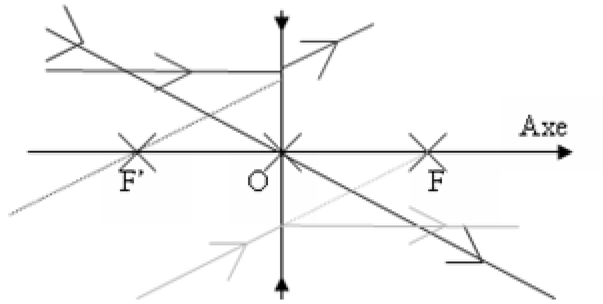
Remarque importante : F et F' sont symétriques par rapport à O.

II. Construction géométrique des images

1. Rayons utiles

Un rayon incident passant par O n'est pas dévié.
Un rayon incident passant par F ressort parallèle à l'axe.
Un rayon incident parallèle à l'axe ressort en passant par F'.



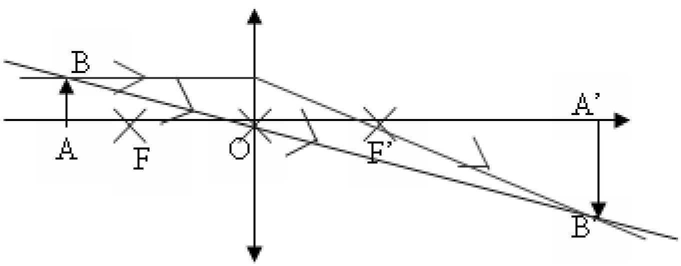


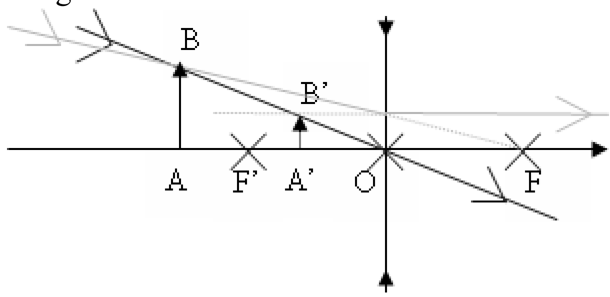
L’image d’un objet se trouvera à l’intersection des rayons <u>émergents</u> (2 sur 3 suffisent, bien sûr).

Une erreur fréquente consiste à ne pas mettre des flèches sur les rayons lumineux, de sorte qu’il y a parfois confusion entre rayons incidents et émergents (surtout lorsque les objets ou les images sont virtuelles).

2. Construction d’une image

On considère un objet quelconque AB dont on cherche l’image A’B’.

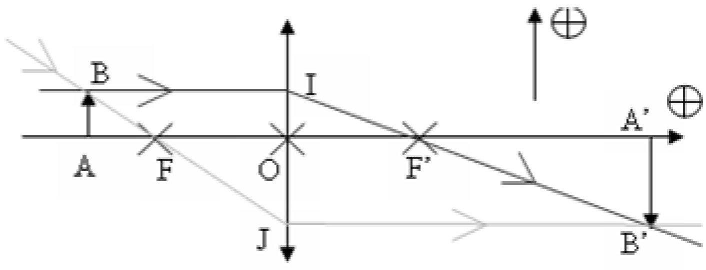


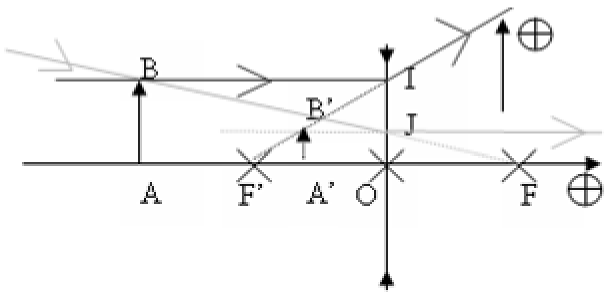


Pour cet exemple, on voit que l’image A’B’ par la lentille divergente est virtuelle, donc en pointillé.

III. Relation de conjugaison - Grandissement

1. Origine aux foyers





Thalès dans ABFOJ : $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = \dfrac{\overline{OJ}}{\overline{FO}}$ or : $\overline{OJ} = \overline{A'B'}$ et $\overline{FO} = \overline{OF'} = f'$ il vient : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{f'}{\overline{FA}}$

Thalès dans A’B’F’OI :

$\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{F'A'}} = -\dfrac{\overline{OI}}{\overline{OF'}}$ or : $\overline{OI} = \overline{AB}$ et $\overline{OF'} = f'$ il vient : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{\overline{F'A'}}{f'}$

Finalement : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{f'}{\overline{FA}} = -\dfrac{\overline{F'A'}}{f'}$ $\qquad \overline{F'A'}\,.\,\overline{FA} = -f'^2$

La relation de conjugaison avec origine aux foyers, pour un couple de points conjugués (A,A') s'écrit :
$\overline{F'A'}.\overline{FA} = -f'^2$, appelée relation de conjugaison de Newton.

Au passage, nous avons donc vu passer le grandissement : $\boxed{\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{f'}{\overline{FA}} = -\dfrac{\overline{F'A'}}{f'}}$.

2. Origine au centre

Remarquons que : $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = f' + \overline{OA}$ $\quad \overline{F'A'} = \overline{F'O} + \overline{OA'} = -f' + \overline{OA'}$

Injectons dans la relation de conjugaison de Newton :

$\overline{F'A'}.\overline{FA} = -f'^2$; $\quad \left(-f' + \overline{OA'}\right)\left(f' + \overline{OA}\right) = -f'^2$;

$-f'^2 + f'\overline{OA'} - f'\overline{OA} + \overline{OA'}\,\overline{OA} = -f'^2$; $\quad f'\overline{OA'} - f'\overline{OA} + \overline{OA'}\,\overline{OA} = 0$

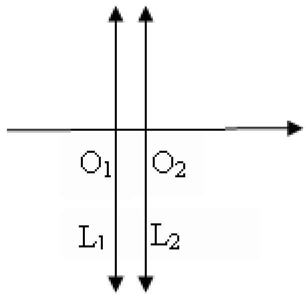
On divise par le produit $f'\overline{OA'}\,\overline{OA}$. Il vient : $\dfrac{1}{\overline{OA}} - \dfrac{1}{\overline{OA'}} + \dfrac{1}{f'} = 0$.

La relation de conjugaison avec origine au centre, pour un couple de points conjugués (A,A') s'écrit :
$\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'} = V$ où V s'appelle la vergence de la lentille.

Un petit coup de Thalès dans ABOA'B' donne : $\boxed{\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$.

IV. Association de lentilles minces accolées

Montrons que 2 lentilles minces accolées, de vergences respectives v_1 et v_2, sont équivalentes à une seule lentille mince, de vergence $V_{eq} = V_1 + V_2$.



$$objet\ A \xrightarrow{lentille\ 1} A_1 \xrightarrow{lentille\ 2} image\ A'$$

Relation de conjugaison de la lentille 1 : $\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f_1'} = V_1$

Relation de conjugaison de la lentille 1 : $\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{f_2'} = V_2$.

Les lentilles sont supposées accolées, donc : $O_1 \approx O_2$ *noté* $: O$

$\dfrac{1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f_1'} = V_1$ et $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA_1}} = \dfrac{1}{f_2'} = V_2$.

En ajoutant membre à membre les 2 relations précédentes, on obtient :

$\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = V_1 + V_2 = V_{eq}$

On voit donc que A a pour image A' par une lentille mince de vergence : $V_{eq} = V_1 + V_2$.

Dans le cas général où les deux lentilles ne sont pas accolées, on peut montrer que la vergence du système (constitué des deux lentilles) est donnée par la formule de *Gullstrand :*
$V_{eq} = V_1 + V_2 - eV_1V_2$, où e est la distance séparant les centres des deux lentilles.

d'où on déduit la distance focale équivalente : $f' = \dfrac{f_1^{'} f_2^{'}}{f_1^{'} + f_2^{'} - e}$.